

СЛОЖНАЯ ДИНАМИКА И ХАОС В МОДЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ РАБИНОВИЧА – ФАБРИКАНТА

Л. В. Тюрюкина, А. П. Кузнецов, С. П. Кузнецов

Саратовский филиал ИРЭ им. В. А. Котельникова РАН

Саратовский государственный университет им. Н. Г. Чернышевского

E-mail: turukinalv@yandex.ru

В 1979 году Рабинович и Фабрикант представили и исследовали модель

$$\begin{aligned} \dot{x} &= y(z - 1 + x^2) + \gamma x, & \dot{y} &= x(3z + 1 - x^2) + \gamma y, & \dot{z} &= \\ & -2z(\nu + xy), & & & & \end{aligned} \quad (1)$$

описывающую стохастичность, возникающую из-за модуляционной неустойчивости в неравновесной диссипативной среде [1]. В последние годы интерес к этой системе постоянно растет [2-4].

В настоящей работе представлены результаты подробного численного исследования системы (1). На рис.1а показана карта динамических режимов на плоскости параметров (ν, γ) . Белым цветом показана область ухода траекторий на бесконечность (белый цвет). Синим цветом представлена область, где реализуется стационарный режим, ассоциирующийся с устойчивой неподвижной точкой. Другие цвета отвечают устойчивым циклам разных периодов: голубой – период 1, желтый – 2, красный – 4 и так далее. Область хаотического аттрактора (черный цвет). Так же для системы (1) были построены зависимости показателей Ляпунова от параметра ν для разных значений параметра γ и аттракторы в выделенных точках.

Отметим, что система (1) является симметричной относительно замены $x = -x'$ и $y = -y'$, поэтому все аттракторы в фазовом пространстве возникают симметричными парами.

Так же для системы (1) был проведен численный поиск бифуркационных линий с помощью программы MatCont (рис.1б). Из рисунка видно, что карта динамических режимов и вид бифуркационной диаграммы хорошо согласуются друг с другом. На бифуркационной диаграмме можно выделить четыре сценария, описывающих динамику системы (1). Первый наблюдается при любых значениях параметра γ при движении по плоскости справа налево и состоит в следующем. На линии SN в результате седло-узловой бифуркации рождаются неподвижные точки – устойчивая SP_1 и неустойчивая UP_1 . На линии H_1 точка SP_1 теряет устойчивость, и в результате бифуркации Андронова-Хопфа при этом рождается устойчивый предельный цикл LC_1 . Далее, в результате каскада бифуркаций удвоений периода возникает хаос.

Второй сценарий имеет место при движении по плоскости параметров слева направо в области $0.5 < \gamma < 0.7$. В результате обратной бифуркации Андронова-Хопфа на линии H_2 рождается устойчивая неподвижная точка SP_2 и неустойчивый предельный цикл ULC_1 , которые исчезают на линии H'_2 в результате еще одной обратной бифуркации Андронова-Хопфа. Поскольку линия H'_2 лежит между линиями PD и H_1 , то в системе будет иметь место бистабильность: устой-

чивая точка SP_2 сосуществует с устойчивыми циклами разного периода или хаосом, возникшими из точки SP_1 .

Если же двигаться по плоскости параметров слева направо в области $\gamma < 0.5$, то описанный выше сценарий изменится. Устойчивая точка SP_2 станет неустойчивой на линии H'_1 в результате бифуркации Андронова-Хопфа, а в системе возникнет устойчивый предельный цикл LC_2 , который исчезнет в результате седло-узловой бифуркации предельных циклов на линии SNC , слившись с неустойчивым циклом ULC_1 .

И, наконец, последний сценарий наблюдается при движении справа налево в области $v < 1.5$. На линии SNC' в результате седло-узловой бифуркации предельных циклов рождаются устойчивый LC_3 и неустойчивый ULC_2 предельные циклы. Устойчивый цикл LC_3 в дальнейшем претерпевает каскад бифуркаций удвоения периода, в результате которого возникает хаос.

Отметим, что взаимное расположение бифуркационных линий в области $\gamma < 0.5$ и $1 < v < 1.5$ таково, что в системе (1) может существовать еще несколько вариантов бистабильности. Например, сосуществующие устойчивые циклы LC_1 и LC_2 ; сосуществующие устойчивые циклы LC_1 и LC_3 ; сосуществующие устойчивая точка SP_2 и устойчивые циклы разного периода или хаос, возникшие из цикла LC_3 и т.д.

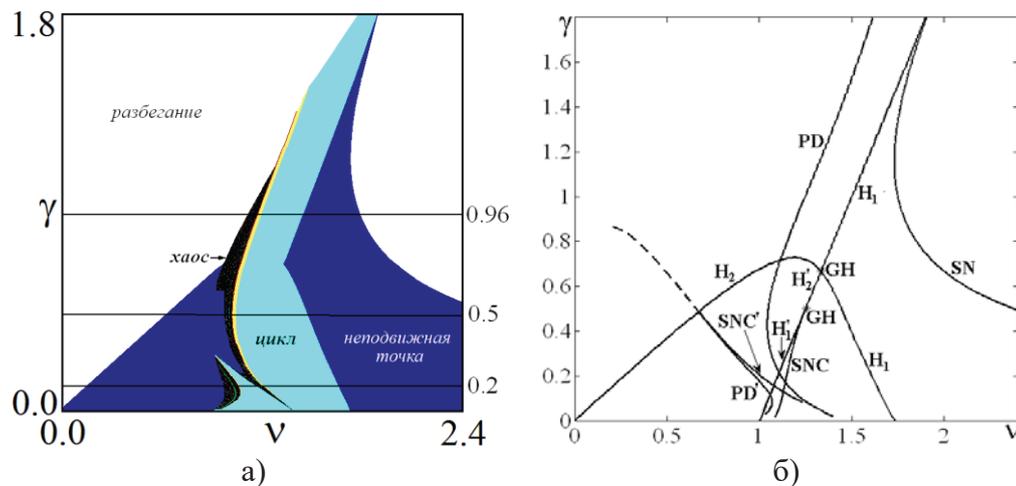


Рис. 1. а) Карта динамических режимов системы (1) на плоскости (v, γ) . б) Бифуркационные линии и точки системы (1) на плоскости (v, γ) . SN – седло-узловая бифуркация неподвижной точки, SNC – седло-узловая бифуркация предельных циклов, H_1 – прямая бифуркация Андронова-Хопфа, H_2 – обратная бифуркация Андронова-Хопфа, PD – бифуркация удвоения периода предельных циклов, GH – обобщенная точка бифуркации Андронова-Хопфа.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-12-01008.

Библиографический список

1. *M.I. Rabinovich, A. L. Fabrikant. Sov. Phys. JETP, 1979, 50, no.2. P. 311-317.*
2. *M.-F. Danca, G. Chen. International Journal of Bifurcation and Chaos. 2004, 14, no. 10. P.3409-3447.*
3. *M.-F. Danca, M. Feckan, N. Kuznetsov, G. Chen. International Journal of Bifurcation and Chaos, 2016, 26, no. 2, 1650038.*
4. *M.-F. Danca. Nonlinear Dynamics. 2016, 86, no. 2. P.1263-1270.*